

eos

WETENSCHAP

SCIENTIFIC
AMERICAN



0013-0701(201307)100:07:1-0

WETENSCHAP AAN DE WERK VOOR WETENSCHAP EN TOEGANG

WETENSCHAP OP HET STRAND

- GEDRICH VERBODEN
- EINSTEIN AAN ZEE
- SCHURRIJ GEDRICH

WETENSCHAP AAN DE WERK

DE MAYA-CODE
ONTCLIPERD

WETENSCHAP AAN DE WERK

VOORPLANET
AARDE

WETENSCHAP AAN DE WERK

ZOEKEN NAAR
VACCINS

WETENSCHAP AAN DE WERK

WIN DE TOUR DE FRANCE

WETENSCHAP
AAN DE WERK
VOOR WETENSCHAP
EN TOEGANG





De 'aloude Vedische' vermenigvuldiging, uitgevoerd op het strand.

VEDISCHE WISKUNDE MAAKT OPGANG

WISKUNDIG MEDITEREN

EOS AAN ZEE

Zit u op het strand en heeft u geen zin in zwemmen of lezen? Om niet op te gaan in het grote niets kunt u wiskundig mediteren volgens de Indiase leermeester Tir-thaji: hou uw geest levendig met hoofdrekenen op het strand.

Door Dirk HUYLEBROUCK; foto Luc VERPOORT

Wiskunde heeft eeuwenlang iets magisch of zelfs religieus gehad op het Indiase subcontinent. Lange mondelinge overleveringen culmineerden vanaf de zevende eeuw voor Christus in de 'ideeën van de heilige Veda', waarin 'verzen' werden geciteerd over de meest uiteenlopende onderwerpen, van zeer grote getallen over rituele meetkundige constructies tot sterrenkunde. Om ze makkelijker te onthouden, werden de verzen als korte spreuken – of 'sutra's' – opgezegd.

Langzaam maar zeker ontdeed de wiskunde zich van haar religieuze betekenis. Het oudste daadwerkelijk wiskundige manuscript dateert vermoedelijk van de zevende eeuw, en werd gevonden bij het Pakistaanse Peshawar. Dit Bakhshali-manuscript vormt de overgang naar de gouden periode van de Indiase wiskunde, gesitueerd tussen de zevende en de elfde eeuw. Het werd een bloeiperiode voor (bol) driehoeksmeetkunde, kwadratische en kubische vergelijkingen, stel-

Voorbeelden gaan over exotische koningen en olifanten, vraagstukjes worden gedichten

sels, sterrenkunde, berekening van kalenders en waarden van pi en diophantische identiteiten, en men zag zelfs de differentiaalrekening ontluiken. In de negende eeuw werd bijvoorbeeld volgend vraagstuk opgetekend, mooi door zijn eenvoud en het onverwachte antwoord (en nee, er ontbreekt geen gegeven):

Aan de top van twee zuilen wordt een draad vastgeknoopt naar de voet van de andere zuil. Vanaf het punt waar beide draden elkaar snijden wordt een andere draad vastgemaakt die naar beneden hangt en de grond raakt. Welnu, de lengte van deze draad is de helft van het harmonisch gemiddelde van de hoogtes van de zuilen.

Er zouden zowat dertig miljoen Indiase manuscripten bewaard zijn. Natuurlijk niet allemaal wiskundig van aard, maar het is, althans vanaf de tiende eeuw, ondoenbaar om alle resultaten op te sommen. Interessanter is het daarom om de wiskundige stijl onder de loep te nemen. In de twaalfde eeuw, toen Europa nog maar net uit zijn duistere tijden ontwaakte, schreef Bhāskara II een verhandeling die bekendstaat als

de Lilavati, genoemd naar zijn dochter, of naar zijn vrouw. Hij stelde haar daarin vragen onder de volgende vorm:

Verleidelijk ogende Lilavati, zeg mij, als je de vermenigvuldiging begrijpt in afzonderlijke delen en cijfers, hoeveel is het getal verkregen door vermenigvuldiging van 135 met 12?

De Lilavati bevat dertien hoofdstukken, over rekenkundige en meetkundige rijen, vlakke en ruimtemeetkunde, combinaties en het oplossen van vergelijkingen. Maar het gaat er stijlkundig anders aan toe dan in 'onze' soms erg saaie en droge westerse schoolboeken. Niet alleen gaan de voorbeelden over exotische koningen en tropische olifanten, maar dikwijls worden de vraagstukjes als ware gedichtjes opgesteld:

Terwijl ze de liefde bedreven, brak een halssnoer,

En een rij parels viel net.

Een zesde belandde op de vloer,

Een vijfde op het bed.

De jonge vrouw kon er nog een derde van vasthouden,

En een tiende werd gevangen door haar minnaar.

Als er nog zes parels hingen aan de touwen

Hoeveel parels waren er dan altegaar?

Het besluit van het wiskundige boek van Bhāskara is al even romantisch:

Vreugde en geluk nemen inderdaad overal toe in deze wereld voor hen die Lilavati omhelzen, waarvan de leden versierd zijn met elegante herleiding van breuken, vermenigvuldiging en machtsverheffing, zuiver en volmaakt als de oplossingen zijn, en smaakvol als de taal die gebezigd wordt.

Laat er geen twijfel over bestaan: de Indiase wiskunde is niet alleen interessant en van hoog niveau, ze is voor de beroepswiskundige ook een verademing om te lezen. En het zou mooi zijn als een groot aantal resultaten ervan in originele versie werd overgenomen in het onderwijs, zeker in Vlaanderen, waar het eurocentrische wereldbeeld op het gebied van de wetenschappen nog steeds overheerst. Maar toch laten al te grote enthousiastelingen van het multiculturele verhaal zich ook soms verleiden tot enige mythische overdrijvingen.

MAGISCHE WISKUNDE

Het Indiase subcontinent mag trots zijn op zijn erfgoed op het gebied van wetenschap, filosofie en cultuur. Toch wordt zijn geschiedenis al eens fout 'gereconstrueerd'. Een nog vrij voorzichtig voorbeeld is het al of niet vermeende voorkomen van de stelling van Pythagoras, die

stelt dat het kwadraat van de schuine zijde gelijk is aan de som van de kwadraten van de rechthoekszijden. Het ezelsbruggetje wordt vermeld in de Sulba sutra's (ca. 700-400 v. Chr.), niet alleen voor bijzondere numerieke waarden (waarvan de Babyloniërs en de Egyptenaren er ook enkele kenden), maar zelfs in een algemene vorm, als een daadwerkelijk 'theorema':

Een diagonaal touw van een rechthoek geeft hetzelfde als de zijde en de horizontale afzonderlijk.

Het hangt er natuurlijk wel een beetje van af hoe men die uitspraak interpreteert: het woord 'kwadraat' komt er zelfs niet in voor. Nog verregaandere voorbeelden van een persoonlijke interpretatie van de zogenaamde oude 'Vedische wiskunde' staan in een boek van een zekere Jagadguru Swami Shri Bharati Krishna Tirthaji Maharaja. Het werd vijf jaar na de dood van deze auteur gepubliceerd, in 1965, mede omdat er geen zekerheid was dat de eigenlijke inhoud inderdaad de Vedische geschriften weergeeft. Maar dankzij een doorgedreven propaganda, niet het minst door enkele leuke Youtube filmpjes die de wereld rondgingen, ontstond intussen de indruk dat er een duizenden jaren oude Indiase wiskunde met magische vermenigvuldigingsmethodes heeft bestaan.

SUTRA'S

De Vedische geschriften bevatten een zestiental 'stelregels', of 'sutra's', en dertien soortgelijke sub-sutra's. Ze zouden, althans volgens de hoger vermelde wiskundige, van wie de naam begrijpelijkerwijs al eens wordt afgekort tot Tirthaji, van een wiskundige aard zijn. Tirthaji had er zijn levenswerk van gemaakt om aan te tonen dat deze sutra's de sleutels zijn tot een aloude geheime wiskundige kennis, verborgen in die Indiasse Veda's. De wiskundige aforismen zouden bevat zijn in het Parishishta-gedeelte, het 'appendix' van de Atharva Veda, maar zelfs dat is twijfelachtig, want niemand, ook niet Tirthaji, kon ooit tonen waar ze precies stonden. Het soort oude Sanskriet waarin de teksten geschreven zijn, maakt dat niet zo eenvoudig. Maar zelfs al zouden de bewuste passages er zijn, dan nog is het vrij onzeker dat daaruit de wiskundige rekenregels kunnen worden afgeleid zoals Tirthaji ze voorstelt.

De tweede sutra luidt bijvoorbeeld als volgt:

Alle van 9 en de laatste van 10.

Hieruit zou bijvoorbeeld de volgende regel volgen voor 88×96 = 8448 of voor 1038×1006 = 1044228:

getal	tekort/100	getal	overschot/100
88	-12	1038	38
96	-4	1006	6
som boven 100: 84	product 48	som boven 100: 1044	product 228

In onze moderne notaties komt de eerste vermenigvuldiging overeen met:
88×96 = (100-12)×(100-4) = 100×(100-12-4) + 12×4
= 100×[(100-12)+(100-4)-100] + 48 = 8400 + 48 =8448.
Het is dus geen 'hogere' wiskunde, maar een eenvoudige berekening die elke scholier aankan, mits het formulekje (x-b)×(x-c) = x×(x-c-b) + b×c, waarin x=100. Het verband met de vermelde sutra overstijgt echter menig karma.
Een andere sutra luidt:
Vertikaal en gekruist.
Toegepast op 36×53=1098 zou die vertaald worden in de volgende tekening en tabel:

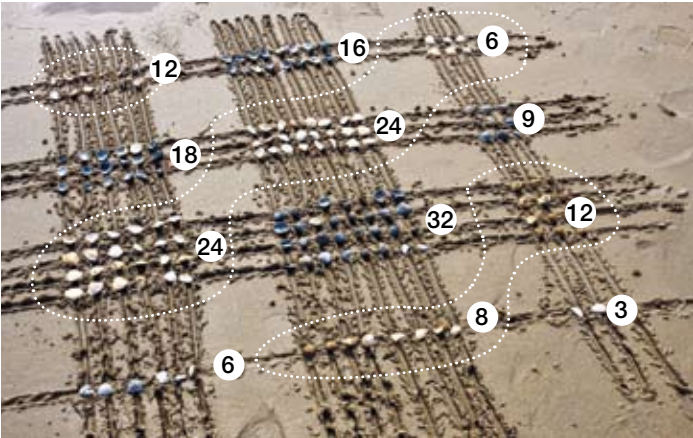


tientallen		eenheden	
3		6	18
↑ ↓	x	↑ ↓	+39 .
5		3	+15 . .
product 15	3x3+5x6=39	product 18	=1908

In dit voorbeeld leiden de 15 bruine, de 9+30=39 zwarte en 18 witte schelpjes tot 18+390+1500 = 1908, het resultaat van 36×53.

In onze moderne notaties komt dit overeen met
36×53 = (3×10+6)×(5×10+3) = 3×5×100 + 10×(3×3+6×5) + 6×3 = 1500 + 390 + 18 = 1908.

Met grotere getallen wordt het ingewikkelder en schijnt het meer toverachtig, maar principieel komt het op hetzelfde neer. Elke scholier kan met wat inzet eenvoudig controleren dat 2341×683 = 1 598 903 wordt uitgevoerd door uitwerking van het product (ax⁴+bx³+cx²+dx+c)×(ex³+fx²+gx+h), waarin x=10.



3
+20 .
+47 . .
+54 . . .
+34
+12
= 1598903

In dit voorbeeld zijn 12, 16+18=34, 6+24+24=54, 9+32+6=47, 12+8=20 en 3 de sleutelgetallen.

Inderdaad,
2341×683 = (2×10³+3×10²+4×10+1)×(6×10²+8×10+3)
=2×6×10⁵+(2×8+3×6)×10⁴ +(2×3+3×8+4×6) ×10³ +(3×3+4×8+1×6)×10² +(4×3+1×8)×10 +1×3
= 12×100000 +34×10000 +54×1000 +47 ×100 +20×10 + 3
= 1598903.

De berekeningetjes zijn mooi en correct, maar kunnen mits wat oefening door iedereen zelfs op een strand worden uitgevoerd: het zijn zeker geen uitspattingen van 'hogere wiskunde' die verder reiken dan gevorderd hoofdrekenen. Iedereen kan ze zelf herontdekken door uitwerking van eenvoudige formules. Bovendien blijft de vraag of de formules nu werkelijk volgen uit de sutra's 'Alle van 9 en de laatste van 10' of 'Vertikaal en gekruist'.

MODERNE HERSENSPINSELS

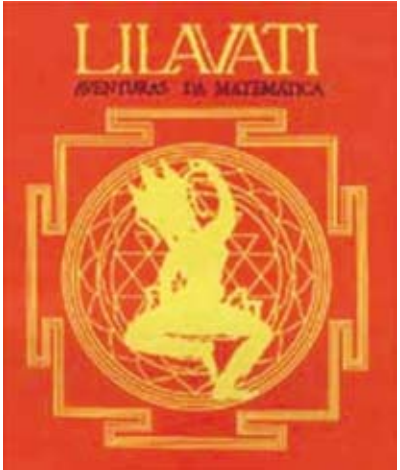
Het is waarschijnlijker dat deze zogenaamde aloude Vedische wiskunde de moderne hersenspinsels zijn van Tirthaji, die als een soort 'wiskundige goeroe' voor een keer niet 'alle levenswijsheid voor het menselijke karma' afleidde uit een diepzinnige spreuk, maar 'alle wiskunde voor de wetenschappelijke berekening'. Tirthaji was trouwens zelf leraar, aan een traditionele Indische school, de Govardhana matha genaamd. Hij had veel aanzien omdat zijn familie uit een hogere klasse kwam en hij een goede opvoeding had genoten, wat in het begin van de 20ste eeuw in India niet voor de hand lag. In 1903 zou hij zelfs een record vestigen door voor de examencommissie van het American College of Sciences in Bombay zowel voor Sanskriet, filosofie, Engels, wiskunde, geschiedenis als wetenschappen de hoogste score te behalen.

Hij blonk dus niet alleen uit in wiskunde, maar ook in de studie van het Sanskriet, en dat bracht hem misschien tot de studie van de oude Indische geschriften. Na zijn studies, tussen 1908 en 1925, zou hij zich verschillende jaren 'mediterend verdiepen' in de Veda-filosofie, soms door zich terug te trekken in het oerwoud, weliswaar af en toe onderbroken door 'wereldse' opdrachten als lesgever of raadsheer. Op 4 juli 1919 zag hij het licht en begon hij als 'Swami' over de Vedische filosofie te prediken. Hij zou zijn boodschap beginnen te verspreiden van vrede, harmonie, broederschap en ... wiskunde. Tirthaji kreeg meer en meer aanhangers, onder wie een minister van financiën en enkele universitairen. In 1958 ging hij naar de Verenigde Staten en Groot-Brittannië, als eerste traditionele Indische leermeester met de titel van Shankaracharya. Zelfs na zijn dood in 1965 werd nog een leerstoel Vedische wiskunde opgericht aan de Banares Hindoe Universiteit, door een gefortuneerde wiskundeliefhebber. Tirthaji's 'leer' heeft echter een 'authenticiteitsprobleem' en vele echte wetenschappers uit India zien dat ook in. Georges G. Joseph was in zijn geroemde *The Crest of the Peacock* nog vrij gematigd, maar

Vedische wiskunde in de lage landen

Op de website kennislink.nl staat een artikel waarin de vermeende Vedische rekentrucjes en de sutra's worden opgesomd. Marco Swaens publicatie, die eerst verscheen in het wiskundige tijdschrift *Pythagoras*, legt de nadruk op het belang van hoofdrekenen. Met de eigenlijke wiskundige inhoud stelt zich dus hoegenaamd geen probleem, maar toch is 'historische claim' in de inleidende tekst iets te enthousiast:
Sinds de komst van de rekenmachine belasten wij onze hersenen steeds minder met rekenwerk. De beoefenaars van de Vedische wiskunde geloven dat we daarmee onze hersenen tekort doen. Zij beschouwen hoofdrekenen als gezonde hersengymnastiek, waaraan bovendien veel plezier te beleven valt. Teruggrijpend op Indiase overleveringen hebben zij een systeem van rekenmethoden ontwikkeld waarmee zij vaak verrassend snel, op eigen kracht, de uitkomst vinden.
Anderen hebben echter minder hinder van enige wetenschappe-

zijn boek dateert dan ook van 1992 toen het Vedische aardigheidje nog geen media-aandacht had gekregen. Bij Shikrishna G. Dani, verbonden aan het Tata Institute of Fundamental Research, klinkt het al dat Tirthaji's pseudowetenschappelijke leer ook een gevaar inhoudt voor het beeld van de Indische wetenschap. In *Myths and Reality: On 'Vedic Mathematics'* schrijft hij dat het hersenspinsel van de leermeester niet alleen geenszins is gebaseerd op oude Indische wiskunde, maar ook dat het alleen enkele hoofdrekentechniekjes betreft, weliswaar mooi omfloerst door een mystieke betovering. De rekenkunde die erin wordt verkondigd herhaalt voor het grootste deel wat er in de oude schoolboeken stond waar Tirthaji in zijn jeugd uit leerde. Misschien verzon hij zelf enkele van de trucjes, of leerde hij ze van ouderen. Maar in tegenstelling tot wat 'de leer' beweert, is het niet zo dat 'een studie van 8 maanden, aan een gemiddelde van 2 tot 3 uur per dag, voldoende is om de hele wiskundige kennis op te doen, in plaats van 15 tot 20 jaar volgens de bestaande systemen aan Indische en andere universiteiten'. Juister gesteld: een studie van 8 uur volstaat om Tirthaji's hoofdrekenclessen door te nemen. Bovendien zijn er nog vele andere systeempjes voor snel hoofdrekenen. De Oekraïense ingenieur Jakow Trachtenberg ontwikkelde er bijvoorbeeld een om zijn geest bezig te houden terwijl hij in een concentratiekamp van de nazi's zat. In moderne tijden is het misschien nuttig om de geest levendig te houden, op, zeg maar, het strand. Als u geen zakjapannertje heeft met oefeningetjes voor geestelijke fitness, tekent u eenvoudig enkele lijnen in het zand, en telt u de schelpjes die u op de kruispunten legt van de lijnen. U hoort dan deze zomer bij de nieuwe generatie wetenschappelijke strandliggers, die mediteren begeleid door wiskundig geneurie: hom maal hom is hommm ... ●



Over een dergelijk wiskundig boek, de Lilavati, zou iedereen wel willen mediteren.